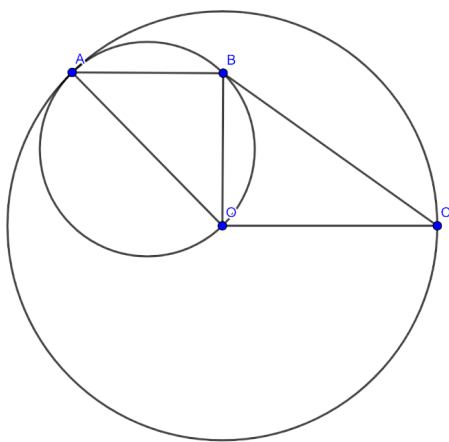


Risoluzione Problemi Campionato Tappa di Maggio

Problema Maggio (cat. 1-2 Media)

Testo:

Gigi e Fazio sono al bar ad aspettare i loro amici, e un'immagine sul muro colpisce la loro attenzione. Gigi, perciò, decide di mettere alla prova Fazio, per verificare che non sia troppo stanco. "Considera la figura dell'immagine. Siano ABO e BCO due triangoli rettangoli (rispettivamente in B e O), e O centro della circonferenza maggiore. Sapendo che A appartiene ad entrambe le circonferenze, e che $OB=AB+2$, quanto misura l'altezza del triangolo BCO relativa a BC, se $AB=6$?" Cosa dovrebbe rispondere Fazio, arrotondando il risultato all'unità più vicina?



Svolgimento:

Per risolvere il problema basta ricavare OB sostituendo nella relazione fornita, poi applicare il teorema di pitagora per ricavare il lato OA (=OC, poichè sono raggi). In questo modo si troverà che OC misura 10. In seguito, calcoliamo quanto vale BC, con il teorema di pitagora, ovvero $BC=2\sqrt{41}$. A questo punto, per ricavare l'altezza relativa all'ipotenusa basta applicare la relazione, che si trova anche nelle nostre dispense: $h = \frac{Cxc}{i}$, trovando così che h vale 6,2. Arrotondando bisognava rispondere 6.

Un altro metodo intuitivo poteva essere trattare ABOC come parallelogramma (essendo un trapezio con due basi congruenti), e impostare un'uguaglianza tra le aree.

Problema Maggio (cat. 3 media-1 Superiore)

Testo:

A questo punto dell'anno scolastico, Alessia è disperata. Ha la media del 5.6 in inglese e ha ben dieci valutazioni in questo quadrimestre. Decide per questo di studiare solo inglese, per riuscire ad arrivare a 6 con l'ultima valutazione della Prof Rita. Durante il test ha già risposto a tutte le domande in maniera perfetta, ma gli mancano 4 quesiti con risposte Vero/Falso, che proprio non sa. Decide allora di spararle a caso. Qual è la probabilità che Alessia riesca ad arrivare al sei di media in questo modo?

Fornire come soluzione la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

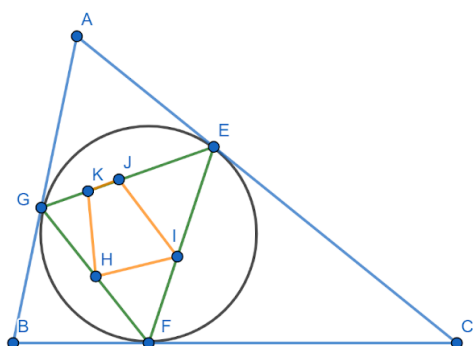
Svolgimento:

Cominciamo calcolando che voto dovrebbe prendere Alessia per riuscire ad arrivare a 6 di media. Avendo 10 valutazioni, quest'ultimo test sarà l'11°, e quindi la somma di tutti i voti deve arrivare a 66 per avere 6 di media. Avendo lei come somma dei voti ottenuti 56, deve per forza prendere 10, non commettendo alcun errore nel test. La probabilità di azzeccare una risposta vero/falso è del 50%. Sparando 4 risposte, i casi totali sono $2^4=16$, ma il caso di azzeccarli tutti è solo 1. Quindi la risposta è $1/16$, la cui somma richiesta è 17.

Problema Maggio (cat. 2-3 Superiore)

Testo:

Simo e Dani si sono incontrati al bar per prendere un caffè, ma anche nel momento del riposo la matematica si fa sentire. I due ragazzi, infatti, trovano sul tavolo un pezzo di carta, in cui è disegnato un triangolo circoscritto ad una circonferenza. Inoltre, è presente un altro triangolo, costruito a partire dai punti di tangenza, e all'interno di questo è presente una figura tale che i tre triangoli GKH, JEI, HIF siano isosceli rispettivamente sulle basi GK, JE, HI. Sapendo che gli angoli $ABC=73^\circ$, $ACB=51^\circ$, $BAC=56^\circ$, quanto misura $(KJI-HKJ) \cdot (IHK-HIJ)$?



La figura non rispetta le proporzioni

Svolgimento:

Si può dimostrare l'esistenza di una relazione tra gli angoli del triangolo ABC e quelli del triangolo GFE costruito a partire dai punti di tangenza tra ABC e la circonferenza.

Dunque: $GEF = \frac{180^\circ - ABC}{2} = 53,5^\circ$, $EGF = \frac{180^\circ - ACB}{2} = 64,5^\circ$, $GFE = \frac{180^\circ - BAC}{2} = 62^\circ$.

A questo punto si possono calcolare gli angoli del quadrilatero KHIJ. $KHI = 180^\circ - 51^\circ - 59^\circ = 70^\circ$, $JIH = 180^\circ - 73^\circ - 59^\circ = 48^\circ$, $KJI = 180^\circ - 53,5^\circ = 126,5^\circ$, $JKH = 180^\circ - 64,5^\circ = 115,5^\circ$. Dunque, il valore richiesto è $(126,5 - 115,5)(70 - 48) = 11 \cdot 22 = 242$

Problema Maggio (cat. 4-5 Superiore)**Testo:**

Alla DiarikHall si sono radunate le menti più grandi di DiarikTown. Gli studenti del primo anno della MathUniversity vogliono sapere quanti sono, ma l'ufficiale all'entrata a cui si rivolgono vuole testare le loro capacità logiche, e perciò dà come risposta un quesito matematico. "Il numero di partecipanti è uguale alla più grande base numerica tale per cui il numero 5353 in quella base è pari al prodotto di due numeri primi minori di 600, in base 10." Quante sono le grandi menti che si sono riunite al banchetto?

Svolgimento:

Se chiamiamo t la base in questione, il numero 5353 in base t vale $5t^3 + 3t^2 + 5t + 3$, che si può scomporre in $(t^2 + 1)(5t + 3)$. Dunque, dal testo si ricava che $t^2 + 1$ e $5t + 3$ sono i due numeri primi minori di 600. Ponendo una disuguaglianza col primo numero si ottiene: $t^2 + 1 < 600$, quindi $t \leq 24$. Perciò $5t + 3$ deve essere un numero primo minore o uguale a 123. I valori $5t + 3 = 113, 109, 107$ non sono accettabili. Se $5t + 3 = 103$, $t^2 + 1 = 401$, ed entrambi sono primi. Pertanto, le grandi menti riunite sono 20.